

# Marx György tudományos hagyatéka: az első 15 év munkái

Patkós András

Atomfizikai Tanszék, Eötvös Loránd Tudományegyetem  
H-1117 Budapest

2003. Március 14

## Kivonat

A tanszéknek, amelynek Marx György 22 éven át volt vezetője, fontos feladata, hogy tudományos alkotásait számbavegye és továbbadja az utókornak. Ez a cikk a pályakezdés nagysikerű másfél évtizedének összefoglalását kísérli meg, egyben próbálkozás az ismertető-értékelő munka során alkalmazandó módszer kialakítására.

## 1 Bevezetés

A II. világháború utáni magyar elméleti fizika a háború által félbeszakított kutatások újraindításának és a mai felfogás szerint is modern fizikai kutatások fő irányaihoz előremutató tájékozódásnak a jegyében szerveződött újjá. *Novobátsky Károly* 1949-ben a mozgó dielektrikum elektrodinamikájáról írott programadó cikkének [1] bevezetőjében a tudományos alapkutatások háborús megszakadására utalni látszó megjegyzést tesz: “Miután *J.M. Jauch* és *K.M. Watson* a mozgó szigetelők kérdését a közelmúltban újra felvetette, mód nyílik az alább következő, *évekkel ezelőtt elért* eredményeknek a közzétételére is.” (Nagy Károly emlékei szerint azonban csak arról tudósít ez a megjegyzés, hogy a Novobátsky által szerkesztett *Hungaricae Acta Physica* soronlévő számába nem küldtek be elég cikket, ezért a főszerkesztő kénytelen volt elővenni egy publikálatlan, régi számítását.) A programhirdető cikk nemcsak a Novobátsky-iskolának nemzetközi hírnevet hozó, a mozgó, polarizálható közeg energia-impulzus tenzorának *M. Abraham*, illetve *H. Minkowski* által adott alternatív javaslatát vizsgálátára, hanem a kvantumelmélet és a klasszikus fizika kapcsolatának beható elemzésére is

felhívott. A cikk utolsó bekezdése az elektromágneses tér kvantálásának kérdése kapcsán megfogalmazza az elmélet mértékszimmetriájához kapcsolódó, közismert feladatot: “Az a feladat, hogy a három összefüggő impulzus helyére két függetlent vezessünk be, és azal összhangban csak a két független térfüggvénnyel végezzük a [kvantáláshoz fűződő] további műveleteket. A feladat megoldása könnyű...”.

A “könnyű” feladatot *Marx György* kapta, akinek első cikke [2] eredeti megoldást mutat be. Miután a longitudinális spinállás hiányának *G. Wentzel* könyvében olvastott, a második kvantáláson alapuló magyarázatát túl bonyolultnak minősíti, a foton kvantummechanikájának keretei között kívánja értelmezni a jelenséget. A foton elektromos semlegessége miatt az impulzuszómomentum *H. Weyl*-t követő tárgyalásakor nehézségbe ütközik: komplex hullámfüggvényekre van szüksége. A javasolt megoldás a kvantummechanikának a térerősségekből alkotott komplex állapotjellemző vektorra,

$$\underline{\psi}(\mathbf{x}, t) = \underline{E}(\mathbf{x}, t) + i\underline{H}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

-ra való kidolgozása, amelyeket használva a homogén Maxwell-egyenletek, alkalmas  $\eta_k$  mátrixok bevezetése után, az

$$\eta_k \partial_k \underline{\psi} = 0 \quad (2)$$

alakot öltik. Az energia megmaradását kifejező egyenlet

$$\partial_k (\underline{\psi}^* \tau_k \underline{\psi}) \equiv \partial_k s_k = 0 \quad (3)$$

alakú, ahol a  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, 3$  mátrixok a forgási transzformáció generátorai a háromdimenziós ábrázolásban, az  $s_k$  négyesvektor negyedik komponense  $s_4 = -\underline{\psi}^* \underline{\psi}$ , az energiasűrűség  $-1$ -szerese.

A komplexesített Maxwell-egyenleteket egyszerű formális lépésekkel a Schrödinger-egyenlet alakjára hozta, és abból olvasta le a rendszer “Hamilton-operátorát”. A diagonalizáció a balra cirkulárisan polarizált fényre  $h\nu$ , a jobbra cirkulárisan polarizáltra  $-h\nu$  sajátértéket ad, és zérusra vezet a longitudinális polarizáció esetében. Ez utóbbihoz tartozó sajátállapot *homogén, sztatikus* elektromos erőteret ír le, amely tehát nem képes tovaterjedni. A fiatal kutató a fotonnak igen kevésbé konvencionális kvantumelméletét kínálta fel, ám cserébe a longitudinális polarizációjú hullámok hiányának mellbevágóan szemléletes, meggyőző értelmezését adta. Ez a képessége egész életén át elkísérte.

A töltetlen, tehát valós térmennyiségekkel leírandó részecskék kvantummechanikájának paradoxona induló pályáját meghatározó feladatot sugallt számára, amelyhez első angolnyelvű publikációjában is visszatér [3]. A Schrödinger-egyenletet csak komplex állapotfüggvényre alkalmazva kaphatóak valós sajátértékek. Ezért a semleges részecskék (a neutron, a semleges mezonok, a foton, a graviton és a neutrínó egyenrangú felsorolásban jelenik meg a cikk záró bekezdésében) kvantumviselkedésének leírására

mint megoldandó rejtvényre irányítja a figyelmet. Mára a részecskefizika standard modellje e rejtélyekre sok tekintetben választ adott: a semleges mezonok és a neutron elektromosan töltött részekből álló kötött állapotok, a foton és a neutrínók az egységes nem-ábeli mértékterekre épülő kölcsönhatás komplex multipllettjeinek elemeiként szerepelnek. A foton önálló kvantumelméletét Dirac általánosított mechanikájával lehet megalkotni. A rejtély a gravitonra még fennáll.

Miután alább látni fogjuk, hogy pályája első szakaszában a klasszikus térelméleti kutatások súlya meglepően nagy, érdemes a fentiek alapján felhívni az olvasó figyelmét arra, hogy e vizsgálatokra az indíttatás a kvantumviselkedés megértésének igényéből táplálkozott.

## 2 A mozgó közeg elektrodinamikai energia-impulzus tenzora

Ehhez a kutatási irányhoz, amelyben közel egykorú társaival, elsősorban *Györgyi Gézával* működött együtt, a neutron elektrodinamikai tulajdonságainak rejtélye felől közeledett. E témáról írott első cikkét [4] *A. Sommerfeld* 1949-es kérdésével indítja: “Vajon Ampère tézise [a mágnességnek elektromos köráramokra való visszavezethetőségéről] tartható-e még a neutronnak, a maganyag protonnal egyenrangú építőkövének felfedezése után is?” A feladat az elektromágnesesen töltetlen, elemi mágneses dipólmomentumra ható erő meghatározása. A választ, Novobátzky nyomán haladva, az elektrodinamika variációs elvének alkalmazásával találta meg. A négyes erőt az energia-impulzus tenzornak a divergenciája, az energia-impulzus tenzort viszont a hatásnak a metrikus tenzor szerinti funkcionális deriváltja adja:

$$f_i = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}, \quad T_{ik} = 2 \frac{\delta S_{kl}}{\delta g^{ik}}. \quad (4)$$

A hatást meghatározó Lagrange-sűrűséget az  $F_{ik}$  térerősség-tenzorral, a  $\varphi_i$  potenciálok négyesvektorával és a polarizáció sűrűségeket tartalmazó  $P_{ik}$  tenzorból felépített  $M_{ik} = P_{ik} + P_{ir}u^r u_k - P_{kr}u^r u_i$  tenzorral alkotják meg:

$$L = \frac{1}{16\pi} F_{ik} F^{ik} - \varphi_i s^i - \frac{1}{4} F_{ik} M^{ik}. \quad (5)$$

A közeg mozgását az  $u_i$  négyes sebesség jellemzi. Az  $M_{ik}$  tenzor akkor ír le mágneses momentummal jellemezhető közeget, ha a nyugalmi rendszerben nem tartalmaz elektromos polarizációt, azaz teljesül a  $P_{ik}u^k = 0$  kényszer. Ezt a fenti  $M_{ik}$  tenzor automatikusan tudja, ezért alkalmas a mozgó mágneses közeg jellemzésére. Az utolsó

előkészítő lépés a Lagrange-sűrűség görbült koordinátarendszerbeli felírása:

$$L = \frac{1}{16\pi} F_{ik} F_{rs} g^{ir} g^{ks} \sqrt{g} - \varphi_i \tilde{s}^i - \frac{1}{2} F_{ik} \tilde{P}^{ik} + (2u^m u^n g_{mn}) F_{ik} u^k u^s \tilde{P}^{ir} g_{rs}, \quad (6)$$

ahol  $g$  a metrikus tenzor determinánsát jelöli,  $\tilde{P}^{ik} = P^{ik} \sqrt{g}$  és  $\tilde{s}^i = s^i \sqrt{g}$  pedig azokat a kontravariáns sűrűségeket, amelyek a metrikus tenzortól függetlenek. A négyes erőre (Minkowski-metrikát helyettesítve be az energia-impulzus tenzor deriválásával adódó kifejezésbe) a következő kifejezést vezette le:

$$f_i = F_{ir} \left( s_r + \frac{\partial M_{rs}}{\partial x_s} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i M_{kr} F_r + u_k M_{ir} F_r). \quad (7)$$

Ebből a képletből nem-relativisztikus jelölésre visszatérve kapta meg az erőhatásban a mágneses dipólmomentum sűrűségével kapcsolatos, a Lorentz-erőt kiegészítő tagokat:

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} + \left( \frac{1}{c} \mathbf{j} + \nabla \times \mathbf{M} \right) \times \mathbf{B} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \times \mathbf{M}). \quad (8)$$

A módszer elegendően általános ahhoz, hogy már a következő évben megjelentette általánosítását anizotróp közegre is.

Ezekben az években (talán az erősen korlátozott nemzetközi kapcsolatok miatt is) igen erős szakmai kapcsolat alakult Budapest és Varsó térelmélettel foglalkozó fizikusai között. Varsóban *Leopold Infeld*, Einstein korábbi munkatársa vezette az elméleti fizikai csoportot, amely felfigyelt Marx György vizsgálataira. Marx varsói tanulmányútján megismerte az *Einstein-Infeld-Wallace* módszert, amelynek segítségével egy adott mozgású pontszerű mágneses és elektromos dipólus momentum eloszlás hatására kialakuló erőterek alkotta Maxwell-féle feszültségi tenzorból

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( E_i E_k + H_i H_k + \frac{1}{2} \delta_{ik} (E_r E_r + H_r H_r) \right) \quad (9)$$

és az elektromágneses tér impulzussűrűségének

$$G_i = \frac{1}{4\pi c} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_i \quad (10)$$

időbeli változási sebességéből az elektromechanikai rendszer egészére érvényes impulzusmegmaradás elve alapján határozta meg a mágneses momentumra ható erőt:

$$\frac{dp_{i,\text{mech}}}{dt} = \int_V (\partial_k T_{ik} - \dot{G}_i). \quad (11)$$

Ha pontszerű a forrás, úgy a feszültségi tenzort egy tetszőlegesen kicsiny, a dipólust tartalmazó zárt felületre integrálva akkor jön járuléka az erőbe, ha a tereknek ott éppen alkalmas szingularitása van. Ezt az elvet használva, a mozgó dipólus végtelen sorral megadott erőtereinek azon tagjait válogatta ki, amelyek a pontszerű mágneses dipólusra ható erőt meghatározzák [5]. Összhangban a kiterjedt mágnesezettségre levezetett korábbi eredménnyel a következő eredményt kapta:

$$\mathbf{f} = (\mathbf{M}\nabla)\mathbf{H} + \frac{1}{c}\mathbf{E} \times \dot{\mathbf{M}} + \frac{1}{c^2}(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{M}) \times \mathbf{H}. \quad (12)$$

Szórakoztató, hogy magát az elektromechanikai megmaradási tételt a mechanikai munkatételnek a Lorentz-erővel történő értékelése révén “fedezzük fel” az egyetemi előadásokon, most viszont a tétel elektromágneses oldalát ismertnek véve kapta meg Marx a mérlegegyenletből a mozgó mágneses dipólusra ható mechanikai erőt.

Az Abraham-féle és a Minkowski-féle energia-impulzus tenzor-javaslatokból származó erőhatások közötti különbség kimutatására Marx és Györgyi javasoltak kísérletet [6]. A kimutatandó különbség az erősűrűségben a következő kifejezés, amelyet már 1908-ban *Einstein* és *Laub* is felírtak:

$$\mathbf{f}_A - \mathbf{f}_M = \frac{n^2 - 1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (13)$$

A javasolt kísérlet lényege, hogy egy hengerkondenzátort a középtengelyén átmenő torziós szálon rögzítenek, majd a kondenzátor tengelyével párhuzamos mágneses térerősséget is alkalmaznak. A potenciálkülönbség a kondenzátor külső és belső köpenye között harmonikusan változik időben ( $V = -V_0 \cos(\omega t + \phi)$ ), amelynek hatására

$$E_r(r, t) = -V_0 \sin(\omega t + \phi) \frac{1}{r \ln(r_2/r_1)} \quad (14)$$

elektromos térerősség jön létre. Az Abraham-féle többleterő (amely ez esetben a polarizációs áramsűrűségre ható Lorentz-erőként értelmezhető) forgatónyomatékot fejt ki:

$$T = -T_0 \sin(\omega t + \phi), \quad T_0 = \pi \omega \epsilon_0 (n^2 - 1) V_0 B h \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln(r_2/r_1)} \quad (15)$$

A *G.B. Walker*, *D.G. Lahooz* és *G. Walker* által 1975-ben megvalósított kísérlethez bárium-titanát töltetű hengerkondenzátort használtak ( $n^2 = 3620$ ). A tér frekvenciáját a torziós szál rezonancia frekvenciájával (0,4 Hz) választották azonosnak, és a rezonáns erősítéssel biztosították a forgatónyomaték időbeli változásának az észlelhetőségét. Az eredményt kiterjedten elemzi 1979-es összefoglalójában *I. Brevik*.

### 3 Fermiontöltés vagy leptontöltés?

Marx György az elektromechanikai rendszer megmaradási tételeinek virtuóz alkalmazása közepette az elemi részecskék tulajdonságainak éppen alakuló feltárását is figyelemmel kísérte. A proton stabilitásának értelmezésére Wigner Jenő 1949-ben egy megmaradási tételt javasolt, amit 1952-ben újabb cikkel erősített meg. Bár e cikkek kevésbé olvasott folyóiratokban jelentek meg, Budapesten mégis élénk diszkussziókat váltottak ki. Marx György a nukleontöltést az elektromágneses töltéshez hasonló, az erős kölcsönhatási képesség mérőszámát megadó mennyiségként értelmezte [7]. Maradandó értékű észrevételében, a gyenge kölcsönhatások univerzalitására építve, feltételezte, hogy az ebben való részvételi képességet is valamilyen töltés jellemzi. A Fermi-féle effektív négyfermionos kölcsönhatási Hamilton-operátor ismeretében a Fermi-csatolás negyedik gyökének értékével azonosította a *fermiontöltést*, amelynek megmaradását posztulálta. A cikk lezárásaként reményét fejezte ki, hogy a gyenge kölcsönhatás még ismeretlen mozgásegyenleteiből a fermionszám megmaradása csakúgy következik majd, amint a Maxwell-egyenletekből levezethető az elektromos töltés mérlegegyenlete.

A kollégiais diszkussziók nyomán azt is világosan megfogalmazta, hogy a javasolt megmaradási tétel kiválasztási szabályokban nyilvánul meg. Példaként az elektromosan semleges neutron antiprotonra vezető bomlási módusának hiányát hozza fel. Ennek alapján a fermionoknak és antifermionoknak ellentétes előjelű fermiontöltést tulajdonított.

Egy év múltán újabb publikációt tett közzé [8], immár *J.B. Zeldovicsnak*, illetve *E.J. Konopinskinak* és *H.M. Mahmoudnak* az övével párhuzamosan született javaslatai ismeretében. Zeldovics javaslatát részletesen összeveti sajátjával. Megállapítja, hogy míg ő minden fermionnak töltést tulajdonít, addig Zeldovics “neutrínó-töltésről” beszél, amellyel csak az elektron, a müon és a neutrínó rendelkezik (csak 1962-ben derült ki, hogy többféle neutrínó létezik). Zeldovics javaslata egyben egy mérőszámmal nem meghatározható, diszkrét tulajdonságot tartalmaz, amely csak kiválasztási szabályokban nyilvánul meg. Ettől saját felfogását megkülönbözteti.

Konopinski és Mahmoud kiválasztási szabályokat tartalmazó javaslatáról megjegyzi, hogy azok az általuk javasolt univerzális négy-fermion csatolású Hamilton-operátor részletes alakja nélkül, pusztán a fermionszám megmaradásából és  $+f$  értéknek a  $\nu, e^-, \mu^+, p, n$  részecskékhez,  $-f$ -nek pedig azok antirészecskéihez történő hozzárendelésével megmagyarázhatók. Kitér végül *A. Pais* 1953-as javaslatára, amely a barionszám megmaradásával egy belső térbeli szimmetriatranszformációt társít. Ómega hasonló “fázistranszformáció” létezését valószínűsíti a fermionszám megmaradása esetére is.

Az 1972-ben Balatonfüreden rendezett első Neutrínó konferencián a leptonszám megmaradása témájából Marx György tartotta a kutatások helyzetét áttekintő előadást.

Saját javaslatát az időközben leülepedett ismeretek tükrében, mint az  $L_e + L_\mu$  töltés megmaradását foglalta össze, és egy táblázatban a +1 töltést az  $e^-, \mu^-, \nu_e, \nu_\mu$  részecskéknek osztotta ki. Hangsúlyozta, hogy ez az osztályozás a mozgásirányú spinvetület (a helicitás) tulajdonságához kapcsolódik. Zeldovics javaslatát  $L_e - L_\mu$  megmaradásként jellemezte, amelynek függetlensége a helicitástól, az impulzuszómomentum megmaradásával kombinálva, jóval erősebb kiválasztási szabályokat eredményez.

Az elemi részecskék Standard Modelljében a leptonszám és a barionszám különbsége a megmaradó mennyiség. Mai környezetünkben ugyan nem észlelték egyiknek külön-külön való sérülését sem, de a korai Univerzumban hatásosak lehettek azok a kvantumfizikai anomális folyamatok, amelyek fermionszámot tudnak generálni. Ugyanakkor a neutrínók oszcillációjának egyre részletesebb megismerése tükrében világos, hogy a különböző leptonokhoz tartozó töltések önálló megmaradása nem teljesül. A diszkrét fermion-töltések természetének megismerésében az 1950-es évek úttörőinek munkájától még hosszú út vezet a megmaradási tételek pontos tartalmának feltárásáig.

## 4 Magfizika és a térelmélet

A kvantumfizika magfizikai alkalmazása Szamosi Géza hatására keltette fel érdeklődését. Itt is a klasszikus és kvantumos jelenségek határmezsgyéjén mozgott. Első cikke a proton-neutron kétfolyadék elképzelés helyett az egységes maganyag dilatációs rezgéseire hozzárendelhető diszkrét energiakvantum nagyságával és e gerjesztéseknek  $\gamma$ -kvantumok elnyelése révén történő gerjesztésével foglalkozott.

A mag-csepp felületi feszültségének a felületi gerjesztettség fokával való összefüggését egy ma is klasszikus szépségével ható, Szamosival közösen írott cikkben vizsgálta [9]. Bevezetésben Eötvösnek a felületi feszültség hőmérséklet-függését megragadó törvényét említi analógiaként, és annak *M. Born* és *R. Courant* által adott statisztikus mechanikai levezetését) kívánja az atommagra alkalmazni.

A feladat az atommag-csepp rugalmas felületi rezgéseire kvantumstatisztika kidolgozása, amely a Planck-törvény levezetésével szoros párhuzamban áll. A teljes felületi feszültséget a térfogat és felületi rezgések összege adja:  $\gamma = \gamma_V + \gamma_K$  (a  $K$  index a felületi "kapilláris" hullámokra utal). Utóbbinak járulékat e rezgések állapotösszegének felület szerinti deriváltja adja:

$$\gamma_K = \partial F_K / \partial f |_{T,V}, \quad F_K = -kT \int_0^{\nu_m} \log(1 - e^{-h\nu/kT}) dZ(\nu), \quad (16)$$

ahol  $dZ(\nu)$  a  $(\nu, \nu + d\nu)$  intervallumba eső felületi rezgések száma. A maximális (levágási) frekvencia megválasztásához megkövetelik, hogy az állapotok számának a

Fourier-térben és a konfigurációs térben való összeszámlálása ugyanazt a számot adja. A térfogati járulékok hőmérsékletfüggését a

$$\frac{d\gamma_V}{dT} = -s\alpha(T)\gamma_V \quad (17)$$

differenciálegyenlettel írták le, ahol  $\alpha(T)$  a maganyag hőtágulási tényezője,  $s$  pedig alkalmas kitevő. Az integrálást  $T = 0$ -ról indítják. A két járulékok kiszámításához a szükséges információkat az

$$\begin{aligned} \alpha(T) &= Bk_B^2 T, \quad B = 6 \cdot 10^{-3} \text{MeV}^{-2}, \\ Z(\lambda) &= \frac{f\pi p^2}{h^2} = \frac{\pi f}{\lambda^2}, \quad \lambda = \left( \frac{2\pi\gamma}{\rho_M} \right)^{1/3} \nu^{-2/3} \end{aligned} \quad (18)$$

képletek adják meg ( $\rho_M$  a csepp tömegsűrűsége). Utóbbiban *Bethe* képletét használták a magfelület kapilláris hullámainak diszperziós relációjára. Ezzel valójában implicit egyenletet kapnak  $\gamma(T) = \gamma_V + \gamma_K$ -ra, amelyet közelítőleg  $\gamma_0$ -lal helyettesítenek  $\gamma_K$  kifejezésében. A felületi feszültségnek a gejesztési energiát tükröző hőmérséklettől való függésére még szükségük volt e kettő kapcsolatára is:

$$U = \int_0^{\nu_m} \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} dZ(\nu) \approx \beta(k_B T)^{7/3}, \quad \beta \approx 0.099 \text{MeV}^{-4/3} A^{2/3}. \quad (19)$$

Mindezek után  $A = 100$  atomszámú magra a folyadék-gőz fázisátalakulás hőmérsékletét, ahol  $\gamma$  eltűnik,  $k_B T \sim 8 - 9 \text{MeV}$ -re becsülték. Ez az átalakulási hőmérséklet egészen közel van az elméleti magfizikusok által manapság az effektív kvantumtérelméletből, a nukleonok megmaradó tulajdonságainak (barionszám, izotóp-spin) megkötéseit is figyelembevevő eljárásokkal számított értékhez. Azonban az e kérdésre alkalmazott *Walecka*-féle átlagtérelméletben a felület gerjesztésében nem a kapilláris hullámok dominálnak, ezért ez a “szelid párolgás” legfeljebb felső korlátot adhat az átmenet hőmérsékletére. Ugyanakkor a *N. Bohrig* visszavezethető gondolat és megvalósítása gyönyörű.

A “lengyel kapcsolat” termékenynek bizonyult a magfizikai témaválasztásban is. *J. Werle* és *J. Plebanski* nyomán kezdte meg Szamosi Gézával a két nukleon közötti kölcsönhatásban az nukleonok által keltett skaláris mezőből származó relativisztikus hatások vizsgálatát [10]. A  $\sigma$  skalár mező legfontosabb hatása a nukleon tömegének módosítása:

$$m_N c^2 = m_n c^2 + g\sigma \quad (20)$$

(itt  $m_n$  a nukleon vákuumbeli,  $m_N$  a maganyagbeli értékét jelöli). Érdeemes felfigyelni arra, hogy ez a Yukawa-típusú fermion-skalár kölcsönhatásból származó tömeggeneralásnak ma is preferált (mert renormalizálható kölcsönhatáson alapuló) képlete. A

különbség az, hogy a spontán kondenzáció (a királis szimmetria sérülésének) lehetőségét csak néhány évvel később ismerték fel. A mai modern vizsgálatok a véges nukleon-sűrűségű közegeknek a kondenzátumra gyakorolt, a királis szimmetria helyreállítása irányába mutató hatását és annak következményeit igyekeznek megragadni.

A relativisztikus mozgásegyenlet a következő alakú:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E}{c^2} \mathbf{v} \right) = -\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \nabla(g\sigma). \quad (21)$$

Ha a vizsgált nukleon egy tőle független erőcentrum által keltett centrális erőterben mozog, akkor könnyen látható, hogy a klasszikus mozgásra ható newtoni erő a  $g\sigma < -m_n c^2$  tartományban taszító jellegűvé alakul. A magerő kis távolságon tapasztalt taszító viselkedését így relativisztikus hatásként igyekezett értelmezni.

A nehéz magokban a skaláris mező jelenlétében fellépő relativisztikus hatások vizsgálatát az 1956-ban induló Nuclear Physics folyóirat első kötetében megjelent cikkében végezte el [11]. Ebben *M.E. Johnson* és *Teller Ede* nyomán érvel a klasszikus térelmélet alkalmazhatósága mellett: ha a nukleon erősen csatolódik a skaláris mezőhöz, akkor a sokmezonos folyamatok valószínűségi amplitudója nagy, azaz a rendszerben található skalár mezonok átlagos száma nagy lesz, ezért a klasszikus leírás jogosult. Végtelen tömegű, azaz a forrás által egyértelműen meghatározott értékű skalár mezőt vesz figyelembe, amelyre megfelelő átskálázás után fennáll, hogy

$$\sigma = -\gamma\rho_0, \quad (22)$$

ahol  $\rho_0(\mathbf{x}) > 0$  a maganyag invariáns, nyugalmi sűrűsége,  $\gamma$  a nukleonhoz való csatolási állandóval arányos mennyiség. A  $\sigma$ -tér negatív előjele, éppen a nukleonsűrűségnek a királis szimmetriát visszaállítására ható viselkedését tükrözi. A rendszer teljes energiája ebben a határesetben az átskálázott  $\tilde{\sigma} = \sigma/mc^2$  jelölést használva

$$E = mc^2 \int d^3x \left( (1 + \tilde{\sigma}(\mathbf{x})) \langle (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \rangle \rho_M(\mathbf{x}') + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\sigma}^2(\mathbf{x}) \right). \quad (23)$$

A jelzett várható értéket a legegyszerűbb közelítésben a magot a nukleonok Fermi-gázaként modellezve lehet megbecsülni:

$$\langle g(p) \rangle = \frac{3}{p_F^3} \int_0^{p_F} dp p^2 g(p), \quad p_F = \text{állandó} \times \rho_M^{1/3}, \quad (24)$$

( $p_F$  a Fermi-impulzus). Állandó magsűrűséget feltételezve (ekkor  $\sigma$  is állandó a magban), az egy nukleonra jutó energiára kizárólag  $\gamma$  és  $\sigma$  által meghatározott kifejezés

adódik. A csatolási állandót úgy választja meg, hogy a számszerű eredmény egyezzen a nukleon empirikus kötési energiájával. Az eredmény elvi jelentősége az, hogy független a mag nukleonszámától. Tehát a skalár mezővel való kölcsönhatás relativisztikus tárgyalása magyarázni képes a magerő telítődését (szaturációját), szemben a nem-relativisztikus tárgyalásból adódó végtelen egyensúlyi sűrűséggel, azaz mag-összeroppanással.

A modellt Marx és *Németh Judit* 1964-ben újra megvizsgálta [12] a nukleonok és a skaláris mező kölcsönhatásának a csillagok állapotegyenletét módosító hatása felderítésének céljával. Újra a végtelen tömegű skalármező határesetét számolták végig, a nukleon-skalár csatolást és a nukleon skalár-mezontól független tömegét úgy választva, hogy a zérus nyomású maganyag kísérletileg ismert sűrűségét és energiáját reprodukálják. Azt találták, hogy az állapotegyenlet interpolál a nemrelativisztikus

$$\frac{p}{p_0} \sim 0.2 \left( \frac{\rho_M}{\rho_{M0}} \right)^{5/3}, \quad \rho_M/\rho_{M0} \ll 1 \quad (25)$$

képlet és a relativisztikus fermion gáz

$$\frac{p}{p_0} \sim 0.25 \left( \frac{\rho_M}{\rho_{M0}} \right)^{4/3}, \quad \rho/\rho_{M0} \gg 1 \quad (26)$$

állapotegyenlete között. (A nulla index a zérus hőmérsékletű adatokra vonatkozik).

A maganyag térelméleti leírásában ma a magerő taszító magjának kialakulásában a semleges  $\omega$  vektormezon cseréjére alapozzák a magyarázatot, mint a skalártérnek, de *D.B. Serot* és *J.D. Walecka* 1986-ban megjelent összefoglaló cikke az ehhez vezető út fontos állomásaként hivatkozik a magyar szerzők cikkeire.

## 5 A neutrínó-vadász

Kutatómunkája első évtizedének végére talált rá tudományos életműve legtartósabb aktivitási területére, ahol alkotásai egyben a legmaradandóbbnak is bizonyultak. Bár a neutrínót futólag említi több korábbi cikkében is, első kifejezetten erről szóló cikke, melyet *Menyhárd Nórával* közös vizsgálatai alapján írt, 1960-ban jelent meg [13], és ezzel szinte egycsapásra az asztronómiai kontextusban folyó neutrínókutatás élvonalába került. A Puskin utcában *Neugebauer Tibor* már fél évtizeddel korábban foglalkozott a neutrínók esetleges kozmikus szerepével, amikor a Hubble-hatást megkísérelte a  $\gamma - \nu$  szórás következményeként értelmezni.

Marx és Menyhárd *F. Reines* és *C.L. Cowan* 1956-ban közzétett sikeres reaktor- $\nu$  észlelési kísérletei mellett csak azokat az elméleti munkákat használhatták támaszul,

amelyek a Föld felszínét érő neutrínófluxus kolosszális számára utaltak. Ugyanakkor világos volt, hogy a nagyon kis kölcsönhatási keresztmetszet miatt még a reaktoros kísérletben is csak minden  $10^{30}$ -ik neutrínóval lépett egy atommag reakcióba. A szerzők részletesen felsorolták a kozmikus  $\nu$ -forrásokat, és hangsúlyozták az észlelésükből származó információk unikális voltát a keletkezésükben érintett kozmikus objektumok és folyamatok megértése szempontjából. Ezután soravették az egyes neutrínó-fluxusok észlelésének esélyeit.

A földkéreg felső 15 km-nyi rétegében található radioaktív elemek ( $^{238}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Th}$  és  $^{40}\text{K}$ ) koncentrációja ismeretlen. A bomlási sorban fellépő gyenge átalakulások antineutrínóinak közös jellemzője alacsony energiájuk ( $< 2.5\text{MeV}$ ). Ezért kimutatásuk nagyon nehéz a víz hidrogénjének indukált  $\beta^+$ -bomlásával, amelynek küszöbenergiája  $1.8\text{MeV}$ . Még a Föld teljes tömegére feltételezett egyenletes elemeloszlás esetén is csak  $2 \times 10^9 \bar{\nu} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  fluxussal lehet számolni. Figyelembevéve a hidrogénen történő detektálás küszöbenergiáját és hatáskeresztmetszetét, egyenletes eloszlás esetén is csak minden  $\sim 10^{36}$ -dik  $\bar{\nu}$  detektálására van esély protononként.

A Nap állandósult magfúziós folyamatai révén számos rövid felezési idejű, nagyenergiájú neutrínót bocsát ki. A neutrínók becsült szabad úthossza,  $10^{15}$  km, a Nap-Föld távolság sokszorosa. Bár a detektálás nehéz, de a Nap belsejében zajló folyamatokról ez az egyetlen torzításmentes információt hordozó sugárzás. A szerzők soravették a *H. Bethe* által javasolt *CNO*-folyamatból, továbbá az *E.E. Salpeter*, illetve *W.A. Fowler* által felvetett *pp*-reakció három elágazásából kapható  $\nu$ -termelést. Az elektron-családba tartozó neutrínók átalakulásának esélyét még nem mérlegelték, amivel arra jutottak, hogy az egyik reakcióágot leszámítva minden  $10^{32} - 10^{33}$ -ik neutrínó reakcióba lépésére lehet számítani. Ez bizonyos optimizmusra adott okot, hiszen a mérési eljárásnak két nagyságrenddel való megjavítása a kísérleti részecskefizikában gyakorta megesett. Ezért a szerzők a Nap-neutrínók észlelésének beindulását néhány éven belül megvalósíthatónak jósolták. *Raymond Davis*nek a híres *Pontecorvo*-reakciót megvalósító berendezése 1965-ben kezdett működni. A szerzők megjegyzik, hogy egy Naphoz közeli pályán mozgó égitesten elhelyezett detektorral még jobbak a lehetnek a neutrínó észlelésének esélyei.

A kozmikus eredetű neutrínósugárzás szabad úthosszát  $10^{30}$  fényévre becsülték, amely óriási távolságokról hozhat információt, feltéve, hogy a detektálás feladatát megoldják. Emellett a  $\nu - \bar{\nu}$  különbözősége elvi lehetőséget ad az antianyagból álló objektumok megtalálására is. A szerzők megjegyzik, hogy valójában az igazi esélyt a detektálásra egy közeli szupernova kínálná. Ez az esemény 1987-ben be is következett, amely dátumot méltán tekinthetünk a neutrínócsillagászat születésnapjának. Stacionárius állapotú kozmikus forrásokból származó neutrínót máig nem figyeltek meg. Az Univerzum korai forró állapotában, a mait jóval meghaladó koncentrációjú neutron el-

bomlásakor jelentős antineutrínófluxus injektálódott a Világegyetembe, amelynek a mai földi antineutrínó-fluxussal azonos volt a nagyságrendje. Azonban a tágulás hatása ennek a fluxusnak a mai észlelési esélyét a megfigyelhetőségi határ alá szoríthatta. A szerzők kiemelik, hogy a neutrínók kimutatása segítené annak eldöntésében, hogy az Univerzumban kezdetben egy nagynyomású, magas hőmérsékletű állapot állt-e fent? Figyelemreméltó, hogy az egykor forró, táguló univerzum hipotézise *R.A. Alpher* és *R.C. Herman* által kidolgozott változatának a szerzők nagy esélyt adnak, bár a kozmikus háttérsugárzás felfedezéséig még közel öt évet várni kellett. Egy becsléssel zárják a cikket, amely a megfigyelhetőségi küszöb feletti energiájú neutrínók számára vonatkozik. A küszöböt a Cl-reakcióból (Pontecorvo) választva ( $\epsilon > 0.8\text{MeV}$ ), a fluxusra

$$I_{megf} = \tau_9 \times 10^{41.5-5.0\tau_9} \nu \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad (27)$$

adódik, ahol  $T = \tau_9 10^9\text{K}$ . Végül még felhívják a figyelmet arra, hogy a neutrínójelek irányfüggése lehetővé teszi majd a források azonosítását. Elmondhatjuk, hogy a neutrínó-asztronómia fejlődése mindezeket a várakozásokat messzemenően beváltotta, amely tény Marx Györgynek kutatói pályáján sok személyes örömet okozhatott.

A neutrínók csillagfejlődésben játszott szerepének tisztázására irányult Németh Juddittal közös első kutatási projektjük [14], amelybe a releváns részecskefizikai hatáskeresztmetszet vizsgálatával *Nagy Tibor* is bekapcsolódott [15]. Ebben a kutatásban ötvözhetette magfizikai és neutrínófizikai tudását.

Marx és Németh felidézik a neutrínó sugárzás által elvezetett hőtéljesítmény fontosságát annak megértésében, hogy miért ritkák a szupernova robbanások.  $T \sim 10^{10}\text{K}$  hőmérséklet környékén a földi laboratóriumokban jól ismert spontán bomlásokból származó neutrínók mellett az ütközési folyamatokbeli  $\nu$ -keltés különböző eseteivel is foglalkozni kell, mert ekkor az ilyen neutrínók által elvitt energia dominánssá válhat. A *G. Gamow* és *M. Schönberg* által javasolt elektronbefogás azonban magas hőmérsékleten nem dominál. Pontecorvo hívta fel a figyelmet az elektronok fékezési sugárzásából, a Compton-szórásból és a párkeltésből származó neutrínó végállapotok fontosságára, amelyekben a gyenge kölcsönhatás az elektromágneses folyamatokkal keveredik. Ez az elektromágneses plazma hűtésének egy mechanizmusát kínálja, amely  $10^9\text{K}$  felett kiegyenlítheti a gravitációs összehúzóerőből keletkező energiatöbbletet.

Degenerált elektron-gáz esetén az elektronok nélküli folyamatok fontossága megnő. További lehetőség a fotonok koherens szórása (az elektron kezdeti és végállapota ugyanaz).  $E \ll 1\text{MeV}$  alatt ez a folyamat dominál. A kutatás a  $Z$  rendszámú magon szóródó foton által keltett  $\nu - \bar{\nu}$  párnak a hatáskeresztmetszetével és a csillagfejlődésre gyakorolt hatásával foglalkozott.

A rendszámától és a nukleonszámától való függés  $Z^2/A$  alakú. A hűtési rátát a fotonok hőmérsékleti eloszlásával megsúlyozott hatáskeresztmetszet ( $\sigma(E) = \sigma_0 Z^2 F(E)$ ), ahol

$F(E) \sim E^2$ ) integrálásával kapják:

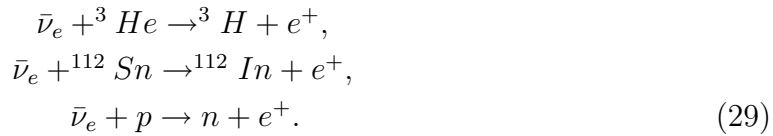
$$P(T) = P_0 \frac{Z^2}{A} G(T), \quad G(T) = \int_0^\infty dE \frac{F(E) E^2}{e^{E/T} - 1}, \quad P_0 = 3.5 \times 10^6 \text{ erg/g/s}. \quad (28)$$

A számolás tanulsága az, hogy csak a Planck-eloszlás nagyenergiás “farka” ad az energiával növekvő hatáskeresztmetszettel megszorozva jelentős járulékot. A végső konklúzió szerint a degenerált gázokban fellépő koherens folyamat a  $10^9$  K-nél jóval alacsonyabb hőmérsékletű csillagokra veendő csak számításba a Compton-effektussal keltett neutrínók mellett.

Érdekes kérdés, vajon mi vezette vissza Marx Györgyöt a hatvanas évtized végére a teresztriális neutrínók észlelhetőségének problémaköréhez, amelyről 1969-es első cikke [16] után 1981-ig máig idézett cikksorozatot publikált részben *Lux Ivánnal* [17], majd egy évtized múlva *C. Avilez* és *B. Fuentes* mexikói fizikusokkal együttműködésben [18]. Érdekes spekulációra ad teret, ha a kérdéskör első részletes tárgyalójaként idézett *Ger-not Eder* 1966-os cikkét olvassuk. A német fizikus a Föld sugarának paleomágneses és geofizikai megfigyelésekre alapozott növekedését a térfogati hőtermeléssel magyarázza, és a gravitációs energia növekedésének forrását keresi a radioaktivitásban. Vissza-vetítve a sugár változásának mért ütemét a Föld kialakulásának időszakára, nagyjából négy milliárd évvel ezelőttre, akkora összefelszint talál, amekkorát a szárazföldek egy-befüggően beboríthattak. A felső kéreg hőmérsékletének növekedése *Orowan Egon* 1964-es cikke szerint fontos szerepet játszhatott a kontinensek távolodásában. Eder elsőszámú hivatkozása *Egyed László* 1963-as Nature-beli cikke. Felmerül a gondolat, vajon Egyed és Marx nem beszélgettek-e Eder cikkéről, amelyre Marx már 1968-ban egy moszkvai konferenciaelőadásában hivatkozott?

Eder konklúziója az, hogy a  $1.6 \times 10^7 \bar{\nu}/cm^2/s$  földi eredetű antineutrínó képes a protont pozitron kisugárzása mellett neutronná alakítani, amely 500 tonna vízben 4-5 fotonpárt ad évente szétsugárzási reakciója során. Ez lehetőséget ad a Föld uránium tartalmának megmérésére.

Marx mexikói munkatársaival 1981-ben a következő három reakció detektálási haté-  
sosságát vizsgálta meg:



A szárazföldi kéregben talált uránium, tórium és kálium gyakoriságot a teljes földkéreg-re érvényesnek fogadták el, amivel végül  $10^{-36}$  és  $0.5 \times 10^{-37}$  közötti értékű egy atomra vonatkoztatott másodpercenkénti eseményrátára jutottak. Ez nem sokkal volt rosszabb

az akkor már folyamatosan üzemelő Davis-kísérletnél, ezért a szerzők bizakodóak voltak a Föld elemösszetételének a neutrínó sugárzással való megmérése lehetőségét illetően.

Az optimista várakozás 2003-ra érett valósággá. A reaktorból származó antineutrínó nyaláb oszcillációs gyengülését a Japánban elvégzett KamLAND kísérletnek sikerült kimutatnia, amelyről a Physical Review Letters 90. kötete 2003. január 17-ei számában számoltak be. A 2.5 MeV alatti tartományban a cikk 5. ábráján jól láthatóan az észlelt neutrínók száma nagyobb a reaktorból vártnál, amelyet egyértelműen a teresztriális neutrínók első kimutatásaként értelmeztek. A részletes elemzés szerint négy esemény  $^{238}\text{U}$ -ból, öt pedig a  $^{232}\text{Th}$  bomlásából származik. A kísérleti csoport felkészülten fogadta ezeket a jeleket. A csoport egyik tagja, *F. Suekane* a kísérlet konstrukciós fázisában, 1997-ben tartott szemináriumán már célul tűzte ki, hogy választ adjon arra a kérdésre, hogy a Föld felszínéről kisugárzott 40 TeW hő mekkora része nukleáris eredetű. A majdani adatok értelmezésére négy társával modellt dolgozott ki, amelyet többek között Marx munkájára is építettek. Meglepő módon a detektált 9 antineutrínóval éppen 40 TeW nukleáris eredetű teljesítmény társítható, de a hibák egyelőre óriásiak. *G. Fiorentini* és munkatársai elemzése szerint legfeljebb egy évtized folyamatos mérés kell a statisztikai ingadozások leküzdéséhez és a pontos geokémiai összetétel meghatározásához. Ehhez viszont éppen olyan detektort kell építeni, mint amilyen a Kamioka bányában található, azonban ez alkalommal távol a nukleáris reaktoroktól.

A vizsgálatok hasznosításának egy szép példajaként megemlíjtük, hogy az adatok lehetőséget kínálnak a Föld életkorának a geológiaiától független meghatározására is. *S. Mohanty*, indiai fizikus 2003. februárjában közzétett számításának célja a  $[\text{Th}]/[\text{U}]$  koncentrációhányad mai értékének megállapítása az adatokból. Ez a szupernova robbanásban kialakuló, elméletileg jól ismert hányadtól az eltelt idő alatti bomlások különböző rátája miatt eltér. Ennek révén megbecsülhető a Földet alkotó anyag kora.

Miután a tóriumból származó neutrínók maximális energiája 1.5 MeV, ezért a geo-neutrínós eseményeket két csoportra bontja a tórium és az urán koncentráció elkülönítése érdekében: (1.0, 1.5) MeV, (1.5, 2.5) MeV. A két csoportban észlelt események hányadosa érzéketlen a két elem földi eloszlásának részleteire és a neutrínók oszcillációjára is. A neutrínó tömeg felhasadásából és a neutrínófajták keveredési szögéből származó bizonytalanságot 15%-ra becsüli a szerző. Érdekes módon a kis keveredési szöggel kidolgozott neutrínó szektor olyan korra vezet, amely ellentmond a geológiai korbecslésnek (> 8 milliárd év). Azonban ennek a modellnek a megvalósulási esélye az egyéb részecskefizikai mérések alapján is igen csekély. A maximális keveredéshez közeli modell viszont nagy megbízhatósággal 4,5 milliárd évet ad, ami jól egyezik a geológiai kor meghatározás eredményével. Az indiai kutató végül felhívja a figyelmet arra, hogy

a geo-neutrínó fluxus a Himalája közelében a legnagyobb, mivel a kéreg vastagsága az átlagos 30 km-rel szemben ott 70 km. További előnye lenne egy ottani kísérletnek, hogy alig van reaktor-háttér.

Ez az a kutatási stílus, amelynek Marx György világbajnoka volt!

## 6 További témák az első 15 évből

Az első másfél évtized cikkeit átolvasva még további négy témát kell megemlítenem. Ezeket azért nem elemzem részletesen, mert részben úgy érzem, hogy nem váltak Marx professzor állandó vizsgálódási területévé, részben mások ezt avatottabban tehetik (tették) meg. A következő témaköröket kívánom még felsorolni:

- Az elektron és az elektromágneses tér kölcsönhatása kvantumos jellegének kísérleti kimutatása, amelyet Faragó Péterrel terveztek megvalósítani [19, 20]. A mérés egy optimális geometriájú és gerjesztettségi állapotú üregrezonátoron áthaladó elektronnyalábnak a többszöri emisszióban és abszorpcióban elszenvedett transzverzális impulzusátadása, -átvétele következtében kialakuló iránymódosulásának elemzését tűzte ki céljául. Az 1955-ös Physical Review-ban megjelent cikk a kísérlet előrehaladott állapotát említi, de további publikációról nem tudok.
- Az űrutazás energetikai kérdései, ahol a csillagközi utazás elemzésével arra a következtetésre jutott [21], hogy az egyetlen “praktikusan” felhasználható energiaforrás a részecske-antirészecske szétsugárzásból származhat.
- A Goldstone-modell szimmetriasértő megoldásában a szupravezető analógiára épülő spektrum részecskefizikai alkalmazása a Heisenberg-féle egységes elmélet stratégiájának megvalósítása céljával [22].

Erről kutatásról a program kiteljesítésében nagy szerepet játszott *Kuti Gyula* már beszámolt a Fizikai Szemlének Marx György 75. születésnapját köszöntő számában (2002. május).

- A kaonhoz és a müonhoz kapcsolódó középerős kölcsönhatás feltételezése és következményeinek kidolgozása *Nagy Kázmérral* és másokkal, amelynek többek között az volt az egyik célja, hogy a müonnak az elektronénál jóval nagyobb tömegét valamilyen, az elektrontól különböző kölcsönhatásra vezessék vissza. Ismeretes, hogy a természet nem ezen az úton jár.

# Köszönetnyilvánítás

Nagy Károly és Németh Judit magyarázó kommentárjai több esetben segítették a szerzőt a cikkek követésében és az igaznak látszó, de önkényes értelmezések csapdájának kikerülésében.

## Irodalom

- [1] K. Novobatzky, *Bewegtes Dielektrikum*, Hung. Acta Physica **I** (1949) 25
- [2] G. Marx, *Über dem Spin des Photons*, Hung. Acta Physica **I** (1949) 36
- [3] G. Marx, *Some Notes on the Quantization of Real Fields*, Acta Phys. (Acad. Sci.) Hung. **I** (1950) 104
- [4] G. Marx, *Relativistische Elektrodynamik der Magnete*, Acta Phys. Hung. **II** (1952) 67
- [5] G. Marx, *The Equation of Motion of the Magnetic Dipole*, Bull. de l'Acad. Polonaise des Sci. **II** (1954) 219
- [6] G. Marx és G. Györgyi, *Über der Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes in Dielektrika*, Annalen der Phys. **16** (1955) 16, l'ad még *ugyanők*, Acta Phys. Hung. **III** (1954) 213,
- [7] G. Marx, *Die Wechselwirkung der Elementarteilchen und die Erhaltungssätze*, Acta Phys. Hung. **III** (1953) 55
- [8] G. Marx, *Über die Erhaltung der Fermionenladung*, Zeitschrift f. Naturforschung **9a** (1954) 1051
- [9] G. Marx és G. Szamosi, *Die Oberflächenenergie angeregter Atomkerne*, Acta Phys. Hung. **V** (1955) 189
- [10] G. Szamosi és G. Marx, *Classical Motion of the Nucleons in a Scalar Meson Field*, Acta Phys. Hung. **IV** (1954) 219
- [11] G. Marx, *Relativistic Effects in Heavy Nuclei*, Nucl. Phys. **1** (1956) 660
- [12] G. Marx és J. Németh, *Pressure in a Relativistically Degenerated Fermion Gas with Scalar Interaction*, Acta Phys. Hung. **XVIII** (1964) 78

- [13] G. Marx és Nóra Menyhárd, *Über die Perspektiven der Neutrinoastronomie*, Mitteil. d. Sternwarte der Ung. Akad. der Wiss. No 48 (1960), rövid változatát lásd ugyanők, *Cosmic Neutrino Radiation*, Science **131** (1960) 299
- [14] G. Marx és J. Németh, *The Role of Photoneutrinos in the Evolution of the Stars*, Mitteil. d. Sternwarte der Ung. Akad. der Wiss. No 52 (1962)
- [15] G. Marx és T. Nagy, *Neutrino Radiation from Degenerated Gases*, Acta Phys. Hung. **XVI** (1962) 141
- [16] G. Marx, *Geophysics by Neutrinos*, Czech. J. Phys. **B19** (1969) 1471
- [17] G. Marx és I. Lux, *Hunting for Soft Antineutrinos*, Acta Phys. Hung. **XXVIII** (1970) 63
- [18] C. Avilez, G. Marx and B. Fuentes, *Earth as a source of antineutrinos*, Phys. Rev. **D23** (1981) 1116
- [19] P.S. Faragó és G. Marx, *Quantum Effects in the Interaction between Free Electrons and Electromagnetic Fields*, Acta Phys. Hung. **IV** (1954) 23
- [20] P.S. Faragó és G. Marx, *Quantum Effects in the Interaction between Free Electrons and Electromagnetic Fields*, Phys. Rev. **99** (1955) 1063
- [21] G. Marx, *Über Energieprobleme der interstellaren Raumfahrt*, Astronautica Acta **VI** (1960) 366
- [22] G. Marx, *A Model with Superconducting Solution in Quantum Field Theory*, Acta Phys. Hung. **XV** (1962) 28